

TD 3 Corrigé : Python

ESSADDOUKI Mostafa (essaddouki@gmail.com), 11 mai 2018

Exercice 1

On se propose de calculer une valeur approchée de la constante **K** de Catalan en utilisant la formule suivante :

$$K = 1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} + \dots$$

Ecrire une fonction **val_app(epsilon)** qui permet de retourner une valeur approchée de la constante K en utilisant la formule ci-dessus et en s'arrêtant dès que la valeur absolue de la différence entre deux somme successives devienne inférieure ou égale à une erreur epsilon donnée en paramètre.

```

1 def val_app(epsilon):
2     elm1=1
3     elm2=elm1-1/(3**2)
4     signe=1
5     val=5
6     while abs(elm2-elm1)>epsilon:
7         elm1=elm2
8         elm2=elm1+signe*(1/(val**2))
9         val+=2
10        signe*=(-1)
11    return elm2

```

Exercice 2

Soit la formule suivante qui permet de déterminer une valeur approchée de $\cos(x)$:

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

Ecrire une fonction **Calcul_Cos(x)** qui permet de :

- Saisir un réel x appartenant à l'intervalle [-1, 1],
- Calculer et afficher une valeur approchée de $\cos(x)$ en utilisant la formule donnée ci-dessus. Le calcul s'arrête lorsque la différence entre deux termes consécutifs devient inférieure à 10^{-4} .

```

1 def Calcul_Cos(x):
2     elm1=1
3     elm2=elm1-(x**2/2)
4     signe=1
5     puis=2
6     f=2
7     while abs(elm2-elm1)>0.0001:
8         f=f*(puis+1)*(puis+2)
9         puis+=2

```

```

10     elm1=elm2
11     elm2=elm1+signe*(x**puis/f)
12     signe*=(-1)
13     return elm2

```

Exercice 3

Soit la suite U définie par :

$$\begin{cases} U_0 = \text{est un entier positif pris au hasard (avec } 3 < U_0 < 40) \\ U_n = \frac{U_{n-1}}{2} \text{ si } U_{n-1} \text{ est pair} \\ U_n = 3 * U_{n-1} + 1 \text{ sinon } (n > 0) \end{cases}$$

Cette suite aboutit au cycle redondant formé par les trois termes **4,2,1** à partir d'un certain rang. -

Exemple :

Pour $U_0 = 3$

$U_1 = 10; U_2 = 5; U_3 = 16; U_4 = 8; U_5 = 4; U_6 = 2; U_7 = 1; U_8 = 4; U_9 = 2; U_{10} = 1,$

Donc la suite U entre dans le cycle redondant 4,2,1 à partir du 6ème terme(rang=6)

Ecrire un programme permettant de déterminer le rang à partir duquel la suite U aboutit au cycle redondant 4, 2 et 1

```

1 import random
2 def rang():
3     u0=random.randrange(3,40)
4     pos=1
5     while u0!=4:
6         if u0%2==0:
7             Un=u0//2
8         else:
9             Un=3*u0+1
10        u0=Un
11        pos+=1
12    return pos

```

Exercice 4

Ecrivez un programme Python permettant de calculer la limite à ϵ près de la suite définie par la relation de récurrence :

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = U_n + \frac{2}{U_n}, (n > 0) \end{cases}$$

On arrête d'itérer quand l'intervalle entre 2 termes consécutifs devient strictement inférieur à ϵ

```

1 def limite(epsilon):
2     U0=2
3     Un=U0+2/U0
4     while abs(Un-U0)>epsilon:
5         U0=Un

```

```

6     Un=U0+2/U0
7     return Un

```

Exercice 5

Ecrivez un programme Python permettant de calculer la nième terme de la suite définie par :

$$\begin{cases} F_0 = 1 \\ F_1 = 2 \\ F_n = 4F_{n-1} + 3F_{n-2}, (n > 1) \end{cases}$$

```

1 def suite(n):
2     F0, F1=1, 2
3     for i in range(2, n)
4         Fn=4*F1+3*F0
5         F0=F1
6         F1=Fn
7     return F1

```

Exercice 6

La suite de Fibonacci est définie comme suit :

$$U_n \begin{cases} 2 \text{ si } n < 2 \\ U_{n-1} + U_{n-2} \text{ sinon} \end{cases}$$

Ecrire une fonction récursive calculant Fib(n)

```

1 def Fib(n):
2     if n<2:
3         return 1
4     else:
5         return Fib(n-1)+Fib(n-2)

```

Exercice 7

Soit la suite définie par :

$$U_n \begin{cases} 2 \text{ si } n < 2 \\ 3U_{n-1} + U_{n-2} \text{ sinon} \end{cases}$$

```

1 def suite(n):
2     if n<2:
3         return 1
4     else:
5         return 3*suite(n-1)+ suite(n-2)

```

Exercice 8

Soient u et v les deux suites définies par :

$$\begin{cases} u_0 = a \\ v_0 = b \end{cases} \quad \forall n > 0 \quad \begin{cases} u_n = u_{n-1}^2 + 2v_{n-1} \\ v_n = v_{n-1} + 3u_{n-1} \end{cases}$$

Ecrire deux fonctions **CalculerU(a,b,n)** et **CalculerV(a,b,n)** pour calculer respectivement les deux termes U_n et V_n des deux suites.

```
1 def CalculerU(a,b,n):
2     if n==0:
3         return a
4     else:
5         return CalculerU(a,b,n-1)**2 + 2*CalculerV(a,b,n-1)
```

```
1 def CalculerV(a,b,n):
2     if n==0:
3         return b
4     else:
5         return CalculerV(a,b,n-1)+ 3*CalculerU(a,b,n-1)
```

Exercice 9

Considérons la méthode suivante pour calculer X^n

$$X^n \begin{cases} X^{\frac{n}{2}} * X^{\frac{n}{2}} & \text{si } n \text{ est pair} \\ X^{\frac{n}{2}} * X^{\frac{n}{2}} * X & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

$\frac{n}{2}$. représente la division entière de n par 2.

Ecrire une fonction récursive permettant de calculer le nième terme de la suite.

```
1 def puissance(x,n):
2     if n==1:
3         return x
4     if n%2==0:
5         return puissance(x,n//2)* puissance(x,n//2)
6     else:
7         return puissance(x,n//2)* puissance(x,n//2)*puissance(x,1)
```